Massachusetts Teknoloji Enstitüsü-Fizik Bölümü

Fizik – 8.01 **Ödev # 9** **Güz, 1999**

ÇÖZÜMLER

1 Aralık 1999 Saat: 23.25

Problem 9.1

(a) John' bilgisayarın monitörünü tutarken herhangi bir iş yapmaz. John bilgisayarın monitörüne bir kuvvet uygular, fakat monitör hareket etmez. Bundan dolayı, John tarafından monitör üzerine yapılan her hangi bir iş yoktur. (Onun iş yapmadığı halde niçin yorulduğunu anlamak için, lütfen sayfa 162 deki son paragrafa bakın).

(b) Kavanozdaki sinek sabit hızla uçtuğu zaman, sinek üzerine etki eden net kuvvet sıfır olmalıdır. Bu nedenle, hava sineği yukarı doğru iter ve yukarıya doğru olan kuvvet, sineğin ağırlığıdır. Newton'un üçüncü yasasına göre, bundan dolayı sinek aynı kuvvet ile havayı itmelidir. Hava kavanoz içinde kapalı olduğu için, bu aşağı doğru itme kuvveti terazi tarafından hissedilir. Bundan dolayı, terazini okuduğu değer sabit kalır.

Sinek havalanırken, ivmelendiği zaman, bir geçiş zamanı vardır (kavanozun tabanına bir baskı uygular). Bu zaman boyunca, terazi daha önce gösterdiği değerden daha büyük değer gösterir.

(c) Kavanoz açık olduğu zaman, durum oldukça farklıdır. Sineğin bir tepside durduğunu ve tepsinin terazinin üzerinde olduğunu düşünün. Ve daha sonra uçmaya başlar. Açıkça, sinek uçtuğunda terazi daha düşük değer gösterecektir.

Açık kavanozda, sineğin uçmasıyla birlikte, terazi daha küçük değer gösterecektir. Sinek hala kendi ağırlığına eşit bir kuvvetle havayı aşağıya doğru itmektedir. Fakat şimdi bu kuvvet kavanozun dibine % 100 olarak aktarılmamaktadır. Dış dünyaya (kavanoz dışına) bir kaçak vardır.

(d) Hızımızı sıfıra getirecek bir impuls ile roketi ateşleyebiliriz. Bu durumda yerçekimi hiçbir gayret sarf etmeksizin bizi geri getirecektir. Eğer yörüngedeki hızımız v ise, bu durumda geçici durmak için gerekli olan impuls $I=mv$ dir. Böylece, küçük yörünge hızı, az yakıt kullanan küçük impuls gerektirir. Dünyaya yakın olduğumuz zaman, hızımız büyüktür, dünyadan uzak olduğumuz anda ise hızımız azdır. Bundan dolayı, roketlerimizi dünyadan uzak olduğumuz anda ateşlemeliyiz.

(e) M_R kayanın kütlesi, M_B botun ve içindeki her şeyin kütlesi, ρ_W suyun yoğunluğu, ρ_R ise kayanın yoğunluğu olsun. Kayanın botun içinde olması durumunda yer değiştiren su miktarı

$$V_1 = \frac{M_B + M_R}{\rho_W} = \frac{M_B}{\rho_W} + \frac{M_R}{\rho_W}$$

Kadardır. Kayanın havuzun dibinde olması durumunda yer değiştiren su miktarı

$$V_2 = \frac{M_B}{\rho_W} + \frac{M_R}{\rho_R}$$

olur. Kaya battığı için $\rho_R \rangle \rho_W$ dir. Bundan dolayı d.r. ve su seviyesi aşağıya düşecektir.

(f) M buzun kütlesi ve ρ_W suyun yoğunluğu olsun. Başlangıçta bunun yüzmesi durumunda, yer değiştiren su miktarı

$$V_1 = \frac{M}{\rho_W}$$

İle verilir. Buz erir ve buna karşılık gelen su seviyesi

$$V_2 = \frac{M}{\rho_W}$$

Olur. Dolayısıyla $V_1 = V_2$ dir ve seviyesi aynı kalır.

<u>Problem 9.2</u> (Ohanian, sayfa 372, problem 16)

$m = 80\,kg$, $l = 0.6\,m$, $h = 1.2\,m$ olsun. Bizim sadece 372. Sayfadaki şekil 14.34 te gösterilen kutunun kesitiyle ilgilenmemiz gerekir.

(a) Şimdi zemin ile temas halinde bulunan bir kutunun kenarını kütle merkezi ile birleştiren bir çizgi düşünelim. Bu çizgi ile kutunun tabanı arasındaki açı

$$\tan\phi = \frac{\frac{h}{2}}{\frac{l}{2}} = \frac{h}{l} \quad \Rightarrow \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{h}{l}\right) \approx 63.4^\circ$$

Bu çizginin zeminde göre açısı $\theta + \phi$ ile verilir. Bu çizginin uzunluğu.

$$L = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2} \approx 0.671\,m$$

Şeklinde verilir. Bundan dolayı kütle merkezinin yüksekliği,

$$H = L\sin(\theta+\phi) \approx 0.671\sin(\theta+63.4)$$

İle verilir. Bu durumda potansiyel enerji,

$$U = mgH \approx 5.26x10^2 \sin(\theta+63.4)$$

İle verilir. Burada U nun birimi Joule ve θ derece biriminde olmalıdır. Kütle merkezinin yüksekliği yere göre ölçülür. θ = 0 olduğu zaman, kütle merkezi $\frac{h}{2}$ yüksekliğinde ve $U \neq 0$ olacaktır.

(b) θ_C Kritik açısı

$$\theta_C + \phi = 90^\circ \qquad \Rightarrow \qquad \theta_C = 26.6^\circ$$

Olduğu zaman meydana gelir.

(U, $\theta \langle \theta_C$ olduğu zaman, θ nın artan fonksiyonudur ve $\theta \rangle \theta_C$ olduğu zaman, θ nın azalan fonksiyonudur.)

(c) Korunumlu bir kuvvet için iş enerjideki değişime eşittir

$$W = U(\theta_C) - U(\theta) = 5.26x10^2 \sin(90) - 5.26x10^2 \sin(63.4) \approx 55.7\,J$$

<u>**Problem 9.3**</u> (Ohanian, sayfa 372, problem 18)

w her kitabın genişliği olsun. Sayfa 372 deki şekil 14.36 u kullanacağız. İlk önce en üst kitabı yerleştirin. Dana sonra, ikinci kitabın sağ kenarı birinci kitabın tam kütle merkezinin altına gelecek şekilde yerleştirin. Daha sonra bu şekilde kitapları alta eklemeye devam edin. Her kitabın sağ kenarını bir üstteki kitabın tam kütle merkezinin altına gelecek şekilde ekleyin. Açıkça sırayla ilk beş kitap için yapabiliriz. Şekil oldukça net olur. x_i i.ninci kitabın sağ kenarını karşılık gelsin, ve $x_1 = 0$ olsun. Bu durumda her iki kitap arasındaki kayma $\Delta_i = x_{i+1} - x_i$ ile verilir ve i. ninci kitabın merkezi $x_i + \frac{w}{2}$ ile verilir. Bu durumda

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = \frac{1}{1}(x_1 + \frac{w}{2}) = \frac{1}{2}w \qquad \Rightarrow \qquad \Delta_1 = x_2 - x_1 = \frac{1}{2}w$$

$$x_3 = \frac{1}{2}(x_1 + \frac{w}{2} + x_2 + \frac{w}{2}) = \frac{3}{4}w \qquad \Rightarrow \qquad \Delta_2 = x_3 - x_2 = \frac{1}{4}w$$

$$x_4=\frac{1}{3}(x_1+\frac{w}{2}+x_2+\frac{w}{2}+x_3+\frac{w}{2})=\frac{11}{12}w \quad \Rightarrow \quad \Delta_3=x_4-x_3=\frac{1}{6}w$$

$$x_5=\frac{1}{4}(x_1+\frac{w}{2}+x_2+\frac{w}{2}+x_3+\frac{w}{2}+x_4+\frac{w}{2})=\frac{25}{24}w \quad \Rightarrow \quad \Delta_4=x_5-x_4=\frac{1}{8}w$$

Toplam çıkıntı:

$$x_5-x_1=x_5-x_4+x_4-x_3+x_3-x_2+x_2-x_1=\Delta_4+\Delta_3+\Delta_2+\Delta_1\approx 1.04\,w$$

Yukarıdaki ifadeden, açıkça görülüyor ki, genel ifade:

$$\Delta_i=\frac{1}{2i}w=\frac{1}{i}\cdot\frac{w}{2}$$

Şeklindedir. Sonsuz sayıda kitap için toplam çıkıntı:

$$\sum_{t=1}^{i=\infty}\Delta_i=\sum_{t=1}^{i=\infty}\frac{1}{i}\cdot\frac{w}{2}=\frac{w}{2}\cdot\sum_{t=1}^{i=\infty}\frac{1}{i}$$

Yukarıdaki en son terim, $\frac{1}{i}$ harmonik serisinin toplamıdır. Ve bunun

$$\sum_{t=1}^{i=\infty}\frac{1}{i}\cdot\rightarrow\infty$$

Iraksadığı biliniyor. Bundan dolayı sonsuz sayıdaki kitap için çıkıntı sonsuz uzunluktadır.

<u>Problem 9.4</u> (Ohanian, sayfa 377, problem 50)

Sayfa 366 daki tablo 14.1 den kemik için Young modülünün, $Y=3.2\,x10^{10}\,N/m^2$ olduğunun biliyoruz. Sayfa 366 daki 27 nolu eşitlikten

$$\frac{\Delta L}{L}=\frac{1}{Y}\frac{F}{A}$$

Olduğunu da biliyoruz.

$L=38cm=38\,x10^{-2}m$, $A=10\,cm^2=10\,x10^{-4}m^2$ ve $F=\frac{1}{2}68\cdot g$ olduğunu biliyoruz. (her ayak toplam vücut ağırlığının yarısını kaldırır.) Bu

$$\Delta L=\frac{1}{Y}\frac{F}{A}L=4.0\,x10^{-6}\,m$$

Değerini verir.

<u>Problem 9.5</u> (Ohanian, sayfa 408, problem 31)

İlk önce başlangıç eylemsizlik momentini, I_1 i, ve burulma sarkacının başlangıç frekansını, ω_1 i, hesaplayacağız. Denge çemberinin çok imce bir çember olduğu yaklaşımını kullanacağız. İnce bir çember için eylemsizlik momenti Sayfa 309 daki tablo 12.1 de verilmiştir.

$$I_1 = MR^2 = 1.5000 \,x\, 10^{-8}\ \text{kg m}^2$$

Burada $M = 0.6g = 0.6 \,x\, 10^{-3}\ \text{kg}$ ve $R = \frac{1}{2} \cdot 1.0\,\text{cm} = 5.0 \,x\, 10^{-3}\,\text{m}$ dir.

Burulma sarkacının periyodunun bir saniye olduğu kabul edilir. Fakat saat yapması gerektiğinden günde $1.2 \,x\, 60 = 72$ periyot daha fazla yapar. Bu durumda frekans

$$\nu_1 = \frac{24 \cdot 60 \cdot 60 + 72}{24 \cdot 60 \cdot 60} \approx 1 + 8.3333 \,x\, 10^{-4}\ \text{Hz}$$

Şeklinde verilir. Ve

$$\omega_1 = 2\pi\nu_1 = 2\pi + 5.2359 \,x\, 10^{-3}\ \text{radyan/s}$$

Sayfa 397 deki 75 nolu eşitlik vasıtasıyla κ değerini hesaplamak için ω_1 ve I_1 değerlerini kullanabiliriz.

$$\kappa = I_1\,\omega_1^2 \approx 5.9316 \,x\, 10^{-7}\ \text{m} \cdot \text{N/radyan}$$

$\nu_2 = 1\text{Hz}$ ve $\omega_2 = 2\pi\,\text{radyan/s}$ olacak şekilde vidayı ayarlamak istiyoruz.

Gerekli olan eylemsizlik momenti:

$$I_2 = \frac{\kappa}{\omega_2^2} \approx 1.5025 \,x\, 10^{-8}\,\text{kg m}^2$$

Bundan dolayı, eylemsizlik momentini

$$\Delta I = I_2 - I_1 \approx 2.5 x 10^{-11}\text{kg m}^2$$

Kadar arttırmalıyız. Şimdi $I_{\text{çember}}$, çemberin vida olmadan eylemsizlik momenti olsun. Bu durumda

$$I_1 = I_{\text{çember}} + m r_1^2 \quad \text{ve} \quad I_2 = I_{\text{çember}} + m r_2^2$$

Ve

$$\Delta I = m(r_2^2 - r_1^2)$$

Burada, $m = 0.020 g = 2.0 \, x 10^{-5} \, kg$ vidalardan birinin kütlesi, ve r_1 ve r_2 vidanın iki yarıçapıdır. $r_1 = \frac{1}{2} \cdot 1.0 \, cm = 5.0 \, x 10^{-3} \, m$ olduğu yaklaşımını kullanacağız ve daha sonra r_2 yi hesaplayacağız.

$$r_2 = \sqrt{r_1^2 + \frac{\Delta I}{m}} \approx 5.12 \, x 10^{-3} \, m$$

Bundan dolayı biz vidayı, dışarıya doğru

$$\Delta r = r_2 - r_1 = 1.2 \, x 10^{-4} \, m = 1.2 \, x 10^{-2} \, cm$$

Döndürmemiz gerekir.

<u>Problem 9.6</u> (Ohanian, sayfa 488, problem 17)

(a) Bu problemi çözebilmek için Bernoulli denklemini kullanmalıyız,

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p = sabit$$

Burada $\rho = 1055 \, kg/m^3$ρ =1055kg/m^3 tür. Vücut boyunca kan akışı yeterince yavaş olduğundan $v = 0$ olarak kabul edebiliriz. Yukarıdaki eşitlik,

$$\rho g z + p = sabit$$

Olur. Şimdi z nin başlangıç noktasını kalp olarak tanımlayabiliriz. Ve $p_0 = 110 \, mmHg = 1.46 \, x 10^4 \, Pa$ olsun.

$$p_0 = sabit$$

ve

$$\rho g z + p = p_0 \qquad \Rightarrow \qquad p = p_0 - \rho g z$$

Vücudun diğer noktaları için; ayaklar için $z = -140 \, cm = -1.4 \, m$

$$p_{ayak} = 1.46 \, x 10^4 - 1055 \cdot 9.8 \cdot (-1.4) \cong 2.91 \, x 10^4 \, Pa \approx 221 \, mmHg$$

Burada g =9.8m/s^2 dir. Beyin için, $z = 40 \, cm = 0.4 \, m$ ve

$$p_{beyin} = p_0 - 1055 \cdot 0.4 \cdot g = 1.46 \, x 10^4 - 1055 \cdot 9.8 \cdot 0.4 \cong 1.05 \, x 10^4 \, Pa \approx 79.8 \, mmHg$$

Burada g =9.8m/s^2 dir.

(b) Beyindeki basınç yukarıdaki ifade ile verilir.

$$p_{beyin} = p_0 - 1055 \cdot 0.4 \cdot g$$

Şimdi g =61 m/s^2 dir. Bundan dolayı;

$$p_{beyin} = p_0 - 1055 \cdot 0.4 \cdot 61 = p_0 - 2.57 \, x 10^4 \, Pa = p_0 - 196 \, mmHg$$

Kalp en fazla 190mmHg basınç üretir. Bundan dolayı beyindeki basınç negatiftir.

Problem 9.7 (Ohanian, sayfa 489, problem 18)

Sıvının yüzeyindeki basınç, $p = 1atm = 1.013 \, x 10^5 \, Pa$ ' dır. Bu basınç tüp içerisinde yükselen su kolonunun kütlesini kaldırabilmelidir. Tüpün kesiti A ve $\rho = 1.0 \, x 10^3 \, kg/m^3$ suyun yoğunluğu olsun. Bu durumda,

$$p A = F = Mg = \rho A h g \Rightarrow h = \frac{p}{\rho g} \approx 10.3 m$$

Olur.

Problem 9.8 (Ohanian, sayfa 489, problem 24)

(a) ρ_I buzun yoğunluğu $\rho_I = 920 \, kg/m^3$, ρ_w deniz suyunun yoğunluğu $\rho_W = 1025 \, kg/m^3$ olsun. Ve ayrıca Buzun kütlesi M olsun. Buzun hacmi,

$$V_I = \frac{M}{\rho_I}$$

Yerini buza bırakmış olan suyun hacmi,

$$V_W = \frac{M}{\rho_W}$$

Sudan yukarıdaki hacim;

$$\Delta V = V_I - V_W = M \left(\frac{1}{\rho_I} - \frac{1}{\rho_W}\right) = 30 \cdot 400 \cdot 400 \, m^3 = 4.8 \, x 10^6 \, m^3$$

Bundan dolayı, buzun toplam kütlesi

$$M = \frac{\Delta V}{\left(\frac{1}{\rho_I} - \frac{1}{\rho_W}\right)} = \frac{4.8 \, x 10^6 \, m^3}{\left(\frac{1}{920} - \frac{1}{1025}\right)} \approx 4.31 x 10^{10} \, kg$$

Ve buzun toplam hacmi,

$$V_I = \frac{M}{\rho_I} = \frac{4.31 x 10^{10}}{920} = 4.68 x 10^7 \ m^3$$

(b) Buzun toplam kütlesi aşağıdaki gibidir.

$$M \approx 4.31 x 10^{10} \ kg$$

<u>**Problem 9.9**</u> (Ohanian, sayfa 491, problem 35)

Blok suyun ($\rho_W = 1025 \, kg/m^3$) ve yağın ($\rho_O = 8.5 x 10^2 \, kg/m^3$) kütlesi kadar yer değiştirene kadar batacaktır. (Eğer blok çok ağır ise, bu durumda dibe batacaktır.)

Kutunun yüksekliği $H = 10 \, cm = 10^{-1} m$, kutunun tabanının alanı $A = 30 \, cm \, x \, 20 \, cm = 6 \, x 10^{-2} m^2$, ve kutunun kütlesi $M = 5.5 \, kg$ olsun. Ve h kutunun tabanı ile yağ/su seviyesi ara yüzeyi arasındaki mesafedir. Denge şartı,

$$M = h A \rho_W + (H - h) A \rho_O \qquad \Rightarrow \qquad h = \frac{M - H A \rho_O}{A(\rho_W - \rho_O)} \approx 4.4 \, cm$$

Şeklindedir.

<u>**Problem 9.10**</u> (Ohanian, sayfa 493, problem 50)

Sayfa 481 deki 9 uncu örnek, bu problemin belli bir kısmını içermektedir.

Deponun üstündeki su ile delikten çıkan su arasındaki ilişkiyi kurmak için Bernoulli denklemi kullanabiliriz.

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p_{atom} = \rho g h + p_{atom} \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{2g(h-z)}$$

Hem deponun üstündeki su ve hem de delikteki su atmosfer ile temas halindedir. Bundan dolayı basınç, p_{atom}, aynıdır. Tankın üst kısmında hız sıfırdır. Delikten çıkan suyun hızının h-z mesafesinden düşen suyun hızı gibi düşünülebileceğine dikkat edin. Şimdi su delikten yatay olarak yukarıda verilen v hızı ile akar. Yere çarpması için geçen zaman

$$\frac{1}{2} g T^2 = z \qquad \Rightarrow \qquad T = \sqrt{\frac{2z}{g}}$$

İle verilir. Hareket edeceği yatay uzaklık

$$d = v T = \sqrt{2g(h-z)} \cdot \sqrt{\frac{2z}{g}} = 2\sqrt{(h-z)\, z} \cdot$$

Şeklindedir. Maksimum uzaklık

$$\frac{dd}{dz} = 2\frac{1}{\sqrt{(h-z)\,z}}\,(h-2z_{mak}) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad z_{mak} = \frac{1}{2}h$$

Olduğu zaman elde edilir. Bu durumda maksimum uzaklık

$$d_{mak} = 2\sqrt{(h-z_{mak}))\,z_{mak})} = 2\sqrt{(h-\frac{1}{2}h)\cdot\frac{1}{2}h} = h$$

Olur.

Problem 9.11

(a) Top yoğunluğu ρ olan sıvının *V* hacmini yer değiştirir. Bu nedenle taşan sıvının kütlesi

$$M = \rho V$$

(b) Başlangıçta, çubuk suya yaklaşıyor olduğu zaman, fakat çubuk hala suyun üzerinde olduğu zaman, çubuk topun tüm mg ağırlığını taşımaktadır. Fakat top suyun içine doğru itildikçe, top daha az ağırlık taşıyacaktır ve top tam olarak suyun içine batırıldığı zaman, ağırlık negatif bile olur. Böylece çubuk topun tam olarak suyun içinde kalması için $\rho V g - m g$ kuvveti ile aşağı bastırılır. Su yukarı yönde topa $\rho V g$ kuvveti uygular (kaldırma kuvveti). Etki tepkiye eşit olduğundan, top da suya aşağı doğru $\rho V g$ kuvveti uygular. Kalan su ile birlikte kabın ağırlığı $W - \rho V g$ olur. Bundan dolayı, terazi $W - \rho V g + \rho V g = W$ değerini gösterir. Bunun topun kütlesi m' den bağımsız olduğuna dikkat edin. Çubuk topun ağırlığını taşıdığı için bu şaşırtıcı değildir.

(c) Topa yukarı yönde etkiyen kaldırma kuvveti $\rho V g$ ve topun ağırlığı mg' dir. Bundan dolayı gerilme (terazide yukarı doğru çeken) *T* = $\rho V g - m g$ dir. Topa etkiyen kaldırma kuvveti, $\rho V g$, yukarı doğrudur, bundan dolayı top suya aşağı doğru $\rho V g$ kadar bir kuvvet uygulayacaktır. Kalan su ile birlikte kabın ağırlığı $W - \rho V g$ olur. Bundan dolayı, terazi $W - \rho V g - T + \rho V g = W - \rho V g + m g$ değerini gösterir. $\rho V g = m g$ durumunda (nötr yüzdürme kuvveti) (b) ve (c) şıkındaki cevaplar aynı olmalıdır. Bu durumda (c) şıkkındaki ipteki gerilme sıfırdır ve (b) şıkkındaki topu tam olarak suyun içinde batmış vaziyette tutmak için topa gerekli olan kuvvet de sıfırdır. Her iki durumda terazi W değerini gösterir.